Lista 3 de Exercícios

Prazo para entrega: veja no sistema panda

1. Esta lista é para ser feita *individualmente*.

2. Entregar um *único arquivo .M* (M-file) em disquete, com todos os comandos para as soluções; lembre-se que tal arquivo pode ser editado na janela de edição do MatLab, que pode ser aberta pelo comando `edit` no `workspace`.

Routo Terada (rt@ime.usp.br)

Explicamos a seguir um modelo de investimentos chamado Pêndulo de Schumpeter.

Um *Investimento* $I(t)$ ao longo do tempo t foi modelado por J. A. Schumpeter em 1961 (Vandenhoeck and Ruprecht, Göttingen) como constituido de dois componentes: um *expansivo*, $E(t)$, e outro *racional*, $R(t)$:

$$I(t) = E(t) + R(t) \begin{cases} E() \text{ expansivo} \\ R() \text{ racional} \end{cases} \tag{0.1}$$

O *índice de investimento* é definido por:

$$Z(t) = \frac{E(t) - R(t)}{I(t)} = Z_0 + z(t), \text{ onde } Z_0 \text{ é constante} \tag{0.2}$$

Seja $n_E(t)$ o número de investidores do tipo E. E seja $n_R(t)$ o número de investidores do tipo R.

O *número total de investidores* N é uma constante definida por:

$$2 * N = n_E(t) + n_R(t) \tag{0.3}$$

A *configuração de investidores* $n(t)$ é:

$$n(t) = \frac{n_E(t) - n_R(t)}{2} \Longrightarrow \begin{cases} n_E(t) = N + n(t) \\ n_R(t) = N - n(t) \end{cases} \tag{0.4}$$

A *probabilidade transiente* $w_{ER}(t)$ é a probabilidade de mudança na opinião do investidor do grupo R para grupo E. Analogamente define-se $w_{RE}(t)$.

A *equação de equilíbrio* da distribuição de investidores é definida por:

$$\frac{dn(t)}{dt} = n_R * w_{RE} - n_E * w_{ER} \tag{0.5}$$

Seja a variável normalizada $x(t) = \frac{n(t)}{N}$. E então:

$$\frac{dx(t)}{dt} = w_{RE} * [1 - x(t)] - w_{ER} * [1 + x(t)] \tag{0.6}$$

Seja $p(t)$ o *alternador de opinião* do investidor que provoca a sua mudança de um tipo de investimento para outro.

Um valor positivo de $p(t)$ exprime mudança do tipo R para o tipo E. Caso contrário, do tipo E para o tipo R.

alternador $p(t)$	mudança
$p(t) > 0$	$R \rightarrow E$
$p(t) < 0$	$E \rightarrow R$

Seja q o *coordenador* que representa a intensidade de sicronização do investidor com esforços de outros investidores. E então, sendo A um fator de escala de tempo, tem-se:

$$\begin{aligned} w_{ER} &= Ae^{p(t)+qx(t)} \\ w_{RE} &= Ae^{-[p(t)+qx(t)]} \end{aligned} \tag{0.7}$$

Substituindo 0.7 em 0.6 tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= Ae^{p(t)+qx(t)} * [1 - x(t)] - Ae^{-[p(t)+qx(t)]} * [1 + x(t)] && (0.8) \\ &= A * e^{p(t)+qx(t)} - A * x(t) * e^{p(t)+qx(t)} - A * e^{-[p(t)+qx(t)]} - A * x(t) * e^{-[p(t)+qx(t)]} \\ &= A * e^{p(t)}e^{qx(t)} - A * x(t) * e^{p(t)}e^{qx(t)} - A * e^{-[p(t)]}e^{-[qx(t)]} - A * x(t) * e^{-[p(t)]}e^{-[qx(t)]} \\ &= 2A * \frac{e^{p(t)}e^{qx(t)} - e^{-[p(t)]}e^{-[qx(t)]}}{2} - 2A * x(t)\frac{e^{p(t)}e^{qx(t)} + e^{-[p(t)]}e^{-[qx(t)]}}{2} && (0.9) \\ &= 2A[\sinh(p(t) + qx(t)) - x(t)[\cosh(p(t) + qx(t))] \end{aligned}$$

As oscilações de investimentos são causadas pela variabilidade no tempo do alternador $p(t)$. G. Mensch et al. (*Econometrics* vol. 50, 1982, p. 15) deduziram a seguinte equação para o alternador, para constantes características $B > 0, a > 0, p_0 > 0$:

$$\frac{dp(t)}{dt} = -2B\{p_0 \sinh[a * x(t)] + p(t) \cosh[a * x(t)]\} \tag{0.10}$$

As equações 0.8 e 0.10 representam um modelo de evolução de investimentos. Para a Alemanha da década de 50 até 70, foram utilizados os parâmetros:

$$\begin{aligned} B &= 0.8, a = 4, p_0 = 0.5, A = 4B, q = 1.6 \\ x(0) &= 0.01, p(0) = 0 \text{ (condições iniciais)} \end{aligned}$$

Verificou-se que havia uma boa correspondência entre a realidade econômica e os resultados deste modelo, nestas décadas.

Escrever em MatLab um programa para traçar dois gráficos, para estes e outros parâmetros:

1. gráfico de $p(t)$ em função de $x(t)$, e interpretar os quatro quadrantes do gráfico, isto é, escrever o que cada quadrante significa.

2. gráfico de $x(t), p(t)$ em função de t, e interpretá-lo, isto é, escrever o que a variação de $x(t)$ e $p(t)$ significa..