Lista 4 de Exercícios

Prazo para entrega: veja o prazo no sistema panda.

1. Esta lista é para ser feita *individualmente*.

2. Entregar todos os arquivos compactados (”zipados”), com todos os programas em linguagem C.

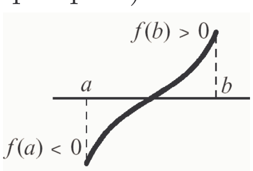
Routo Terada (rt@ime.usp.br)

Neste exercício o objetivo é escrever um programa que, dado um número float w, determina uma aproximação de $\sqrt[3]{w}$. Note que $\sqrt[3]{w}$ é raiz da função $f(x) = x^3 - w$, ou seja, $f(\sqrt[3]{w}) = 0$. Esta é a única raiz de f. Para tanto será aplicado o *método da bissecção* de busca de raízes de funções quaisquer. As ilustrações que se seguirão para descrever o método referem-se a uma função f contínua qualquer. A questão está dividida em 3 itens.
Item (a) Escreva uma função em `C` com cabeçalho

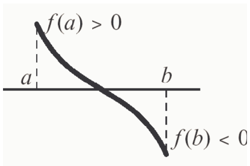
`float g(float` x`, float` w`);`

que retorna o valor de $f(x) = x^3 - w$.

Um intervalo $[a, b]$ contém ao menos uma raiz de f sempre que $f(a)f(b) \leq 0$, como ilustrado na figura abaixo. (Esta ilustração refere-se a uma função f contínua qualquer.) Observe que não podemos garantir a existência de raiz se $f(a)f(b) > 0$.



$f(a)f(b) \leq 0$



$f(a)f(b) \leq 0$

$f(a)f(b) > 0$

$f(a)f(b) > 0$

Para $f(x) = x^3 - w$, pode-se provar que $f(-1)$, $f(+1)$ e $f(w)$ possuem os sinais conforme os casos da tabela abaixo.

	$w < -1$	$w = -1$	$-1 < w < +1$	$w = +1$	$w > +1$
$f(-1)$	> 0	$= 0$	< 0	< 0	< 0
$f(+1)$	> 0	> 0	> 0	$= 0$	< 0
$f(w)$	< 0	$= 0$	o mesmo sinal de w	$= 0$	> 0

Item (b) Usando a informação acima, escreva uma função em `C` com cabeçalho:

```
void IntervaloInicial(float w, float *a, float *b);
```

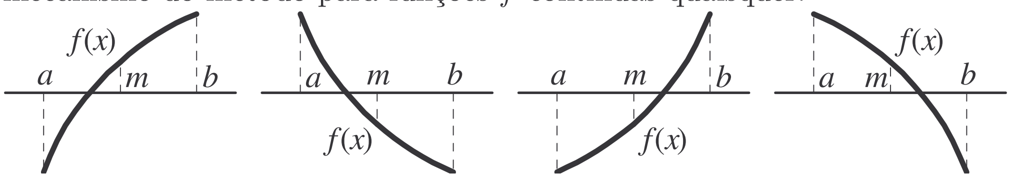
que devolva em $*a$ e $*b$ o início e o término de um intervalo $[*a, *b]$ contendo uma raiz de $f(x) = x^3 - w$, ou seja, $*a$ e $*b$ são tais que $f(*a)f(*b) \leq 0$ e $*a \leq *b$. Note que o valor de w pode ser nulo, positivo ou negativo.

A função `IntervaloInicial` deve usar **obrigatoriamente** a função `g()` do item (a) toda vez que computar $f(x) = x^3 - w$.

Para encontrar uma raiz para a função $f(x) = x^3 - w$ com precisão ε pode-se proceder da seguinte maneira. O método é iterativo. Primeiro determine um intervalo inicial $[a, b]$ que contém uma raiz da função f, ou seja, $f(a)f(b) \leq 0$. Cada iteração a ser repetida consiste em aplicar o procedimento abaixo enquanto não se encontrar um intervalo $[a, b]$ tal que $f(a) = 0$ ou $f(b) = 0$ ou $b - a < 2\varepsilon$:

> Determine o ponto médio m do intervalo $[a, b]$. Se o intervalo $[a, m]$ contém uma raiz de f, comece uma nova iteração com m no papel de b. Se o intervalo $[m, b]$ contém uma raiz de f, comece uma nova iteração com m no papel de a.

A iteração pára após encontrar a raiz de $f(x) = x^3 - w$ ou após determinar um intervalo $[a, b]$ de largura $b - a$ menor que 2ε. Nesse último caso, o ponto médio m desse intervalo é declarado uma aproximação da raiz de f. A figura abaixo ilustra o mecanismo do método para funções f contínuas quaisquer.



$f(a)f(m) < 0$ $\quad$ $f(a)f(m) < 0$ $\quad$ $f(m)f(b) < 0$ $\quad$ $f(m)f(b) < 0$

Item (c) Escreva um programa (i.e., `main()`) em `C` que leia dois números reais w e $\varepsilon > 0$ e imprime uma aproximação para a raiz da função $f(x) = x^3 - w$ com precisão ε, usando o método descrito acima. O programa deve usar **obrigatoriamente** as funções dos itens (a) e (b).