MAT0134 – Introdução à Álgebra Linear
IME – Prova 1 – 30/09/2026

Modelo B

Nome : _____

Nº USP : _____

Q	N
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Respostas sem justificativa não serão consideradas!

- Desligue celulares, smartphones, smartwatches;
- A prova pode ser feita a lápis;
- É proibido o uso dos livros, cadernos, apostilas, anotações;
- Qualquer tipo de cola = nota ”zero”na prova!!!

1ª Questão: (2.0 pontos). Dado o sistema linear

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + az = 2 \\ x + ay + 2z = 2 \end{cases}.$$

a) Escreva o sistema acima na forma matricial $AX = B$.

b) Determine o tipo do sistema (possível determinado, possível indeterminado ou impossível) dependendo do parâmetro a.

2ª Questão: (2.0 pontos). Dada a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

calcule A^{-1} usando:

a) operações elementares (escalonamento);

b) a matriz adjunta.

3ª Questão: (2.0 pontos).

a) Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere $S = \{(1,1,1),\ (1,2,5),\ (1,3,a)\} \subset \mathbb{R}^3$. Determine os valores de a para os quais S é linearmente independente.

b) Para o valor de a em que S é l.d., escreva um dos vetores como combinação linear dos outros e mostre que $[S] = [(1,1,1),(1,2,5)]$.

c) Considere em $M_2(\mathbb{R})$ o conjunto

$$T = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\}.$$

Verifique se T é l.i. ou l.d. Em caso de dependência, escreva uma das matrizes como combinação linear das outras e encontre um conjunto gerador de $[T]$ com apenas duas matrizes.

4ª Questão: (2.0 pontos). Sejam:

$$\begin{aligned} V &= \mathbb{R}^3, \\ U &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 3y = 0,\ x + y + z = 0\}, \\ W &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + 2z = 0\}. \end{aligned}$$

Verifique:

a) U, W são subespaços de V?

b) $V = U \oplus W$?

5ª Questão: (2.0 pontos). Seja V um espaço vetorial e U, W subespaços de V.

a) Sejam $V = M_2(\mathbb{R})$, $U = \left\{ A \in V \;\middle|\; A + A^t = \mathrm{tr}(A) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ e $W = \left\{ A \in V \;\middle|\; A - A^t = \mathrm{tr}(A) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$, onde $\mathrm{tr}(A)$ é o traço de A, isto é, a soma dos elementos da diagonal principal: se $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, então $\mathrm{tr}(A) = a+d$. Encontre geradores de U, W, $U + W$ e $U \cap W$.

b) Sejam $V = P_3(\mathbb{R})$ o espaço dos polinômios de grau ≤ 3 com coeficientes reais, $U = \{p(t) \in V \mid p(1) = 0\}$ e $W = \{p(t) \in V \mid p'(-1) = 0\}$. Encontre geradores de $U \cap W$ e de $U + W$.