**MAT0134 – Introdução à Álgebra Linear**
**IME – Prova 1 – 30/09/2026**

Modelo A

Nome : _____

Nº USP : _____

| Q | N |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| Total | |

**Respostas sem justificativa não serão consideradas!**

- Desligue celulares, smartphones, smartwatches;
- A prova pode ser feita a lápis;
- É proibido o uso dos livros, cadernos, apostilas, anotações;
- Qualquer tipo de cola = nota ”zero”na prova!!!

**1ª Questão:** (2.0 pontos). Dado o sistema linear

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y + az = 3 \\ x + ay + 3z = 3 \end{cases}.$$

a) Escreva o sistema acima na forma matricial $AX = B$.

b) Determine o tipo do sistema (possível determinado, possível indeterminado ou impossível) dependendo do parâmetro $a$.

**2ª Questão:** (2.0 pontos). Dada a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix},$$

calcule $A^{-1}$ usando:

a) operações elementares (escalonamento);

b) a matriz adjunta.

**3ª Questão:** (2.0 pontos).

a) Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere $S = \{(1,1,1),\ (1,2,4),\ (1,3,a)\} \subset \mathbb{R}^3$. Determine os valores de $a$ para os quais $S$ é linearmente independente.

b) Para o valor de $a$ em que $S$ é l.d., escreva um dos vetores como combinação linear dos outros e mostre que $[S] = [(1,1,1),(1,2,4)]$.

c) Considere em $M_2(\mathbb{R})$ o conjunto

$$T = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\}.$$

Verifique se $T$ é l.i. ou l.d. Em caso de dependência, escreva uma das matrizes como combinação linear das outras e encontre um conjunto gerador de $[T]$ com apenas duas matrizes.

**4ª Questão:** (2.0 pontos). Sejam:

$$\begin{aligned} V &= \mathbb{R}^3, \\ U &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y = 0,\ 2x + y - z = 0\}, \\ W &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y - z = 0\}. \end{aligned}$$

Verifique:

a) $U, W$ são subespaços de $V$?

b) $V = U \oplus W$?

**5ª Questão:** (2.0 pontos). Seja $V$ um espaço vetorial e $U, W$ subespaços de $V$.

a) Sejam $V = M_2(\mathbb{R})$, $U = \{A \in V \mid A + A^t = \mathrm{tr}(A)\, I\}$ e $W = \{A \in V \mid A - A^t = \mathrm{tr}(A)\, I\}$, onde $I$ é a matriz identidade $2 \times 2$ e $\mathrm{tr}(A)$ é o traço de $A$, isto é, a soma dos elementos da diagonal principal: se $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, então $\mathrm{tr}(A) = a + d$. Encontre geradores de $U$, $W$, $U + W$ e $U \cap W$.

b) Sejam $V = P_3(\mathbb{R})$ o espaço dos polinômios de grau $\leq 3$ com coeficientes reais, $U = \{p(t) \in V \mid p'(1) = 0\}$ e $W = \{p(t) \in V \mid p(1) = 0\}$. Encontre geradores de $U \cap W$ e de $U + W$.