

MAT2219 – Cálculo Diferencial e Integral III
Exercícios – 11/06/2018

PROF. CLAUDIO GORODSKI

II. Usando o Teorema de Gauss, calcular as seguintes integrais de superfície:

(a) $\iint_{\sigma} \vec{F} \cdot \vec{n} dS$, onde $\vec{F} = (x^2 + ye^z, y^2 + ze^x, z^2 + xe^y)$ e σ é a fronteira da região delimitada pelo cilindro $x^2 + y^2 = 1$ entre os planos $z = 0$ e $z = x + 2$, orientada pela normal unitária exterior $\vec{n}$. Resp. $\frac{19\pi}{4}$

(b) $\iint_{\sigma} \vec{F} \cdot \vec{n} dS$, sendo que

$$\vec{F}(x, y, z) = \frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{(4x^2 + 9y^2 + 25z^2)^{3/2}}$$

e σ é o hemisfério $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z \geq 0$ orientado com a normal unitária exterior $\vec{n}$ tal que $\vec{n} \cdot \vec{k} \geq 0$.

(c) $\iint_{\sigma} \vec{F} \cdot \vec{n} dS$, onde $\vec{F}(x, y, z) = \ln(2 + \cos(y + z))\vec{i} - yz\vec{j} + \frac{z^2}{2}\vec{k}$ e σ é a parte do cilindro $x^2 + y^2 = 4$ acima do plano $z = 0$ e abaixo do plano $z = y + 7$. Considerar σ orientada com a normal exterior unitária $\vec{n}$. Resp. -104π .

(d) $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} dS$ sendo $\vec{F}(x, y, z) = \frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$ e σ a parte do cilindro $x^2 + y^2 = 2$ entre os planos $z = -\sqrt{2}$ e $z = \sqrt{2}$ com normal unitária $\vec{n}$ tal que $\vec{n}(\sqrt{2}, 0, 0) = (-1, 0, 0)$. Resp. $2\pi(4 - \sqrt{2})$